بسم الله الرحمن الرحیم

www.noavarpub.com

سرشکنی

مشاهدات و کمترین مربعات

OBSERVATIONS
and Least Squares

شرح کامل درس سرشکنی به همراه مثال‌ها برای هر موضوع و تمرین‌های طبقه‌بندی شده برای هر بخش

قابل استفاده برای تمام دانشجویان مقاطع کاردانی، کارشناسی کارشناسی ارشد، دکترا و داوطلبان کنکور کارشناسی ارشد

تألیف: ادوارد میخاییل-آکرمن

مترجمان:
مهندس عماد قلعه نویی
(کارشناس ارشد ژئودزی دانشگاه تهران)
مهندس سعید رجبی کیاسری
(کارشناس ارشد ژئودزی دانشگاه تهران)
مهندس یکتا هاشمی
(کارشناس نقشه برداری دانشگاه تهران)

سرشناسه	: میخائیل، ادوارد ام.، ۱۹۳۵ - م. Mikhail, Edward M.
عنوان و نام پدیدآور	: سرشکنی (مشاهدات و کمترین مربعات)
مشخصات نشر	: تهران : نوآور، ۱۳۹۳.
مشخصات ظاهری	: ۳۶۰ ص.
شابک	: ۹۷۸-۶۰۰-۱۶۸-۱۵۷-۸
وضعیت فهرست نویسی	: فیپای مختصر
یادداشت	: این مدرک در آدرس http://opac.nlai.ir قابل دسترسی است.
شناسه افزوده	: قلعه‌نویی، عماد، ۱۳۶۸ -، مترجم
شناسه افزوده	: رجبی کیاسری،مجید، ۱۳۶۹-، مترجم
شناسه افزوده	: هاشمی، یکتا، ۱۳۷۱- ، مترجم
شماره کتابشناسی ملی	: ۳۶۱۵۲۲۷

سرشکنی (مشاهدات و کمترین مربعات)

تألیف: ادوارد میخاییل ـ آکرمن

مترجمان: مهندس عماد قلعه‌نویی، مهندس سعید رجبی کیاسری، مهندس یکتا هاشمی

ناشر: نوآور

شمارگان: ۱۰۰۰ نسخه

مدیر تولید: محمدرضا نصیرنیا

نوبت چاپ:

شابک: ۹۷۸-۶۰۰-۱۶۸-۱۵۷-۸

نمایشگاه دائمی و مرکز فروش:

نوآور: تهران ـ خ انقلاب، خ فخررازی، خ شهدای ژاندارمری نرسیده به خ دانشگاه ساختمان ایرانیان، پلاک ۵۸، طبقه دوم، واحد ۶

تلفن: ۹۲-۶۶۴۸۴۱۹۱

www.noavarpub.com

فروشگاه ۱: تهران خ انقلاب، نبش خ ۱۲ فروردین پلاک ۱۳۱۰، کتابفروشی الیاس تلفن: ۶۶۹۵۵۸۷۸ - ۶۶۴۰۵۰۸۴
فروشگاه ۲: تهران خ انقلاب، مقابل دانشگاه تهران، جنب بانک ملت، پلاک ۱۲۱۲، کتابفروشی گوتنبرگ تلفن: ۶۶۴۱۳۹۹۸-۶۶۴۰۲۵۷۹
فروشگاه ۳: تهران خ انقلاب، بین خ ۱۲ فروردین و اردیبهشت، پلاک ۱۳۱۲، کتابفروشی صانعی تلفن: ۶۶۴۰۹۹۲۴ - ۶۶۴۰۵۳۸۵
فروشگاه ۴: اصفهان، م انقلاب، خ چهار باغ عباسی ابتدای خ سید علی خان، کتابفروشی مهرگان تلفن: ۰۳۱۱۲۲۱۳۷۵۱
فروشگاه ۵: تبریز، خ امام، فلکه دانشگاه، اول خ دانشگاه، کتابفروشی علامه تلفن: ۰۴۱۱۳۳۴۱۶۶۹ ـ ۰۴۱۱۳۳۴۱۹۸۶

کلیه حقوق چاپ و نشر این کتاب مطابق با قانون حقوق مؤلفان و مصنفان مصوب سال ۱۳۴۸ برای ناشر محفوظ و منحصراً متعلق به نشر نوآور می‌باشد. لذا هر گونه استفاده از کل یا قسمتی از این کتاب (از قبیل هر نوع چاپ، فتوکپی، اسکن، عکس‌برداری، نشر الکترونیکی، هر نوع انتشار به صورت اینترنتی، سی دی، دی وی دی، فیلم فایل صوتی یا تصویری و غیره) بدون اجازه کتبی از نشر نوآور ممنوع بوده و شرعاً حرام است و متخلفین تحت پیگرد قانونی قرار می‌گیرند.

فهرست مطالب

پیشگفتار مترجمان

بخش اول

فصل ۱ / مفهوم مشاهده و مدل

مشاهدات (اندازه‌گیری‌ها)

مدل ریاضی

ارتباط مشاهدات به مدل

مدل تصادفی ـ خواص آماری اندازه‌گیری‌ها

فصل ۲ / مروری بر مفاهیم آماری

احتمال

متغیر تصادفی

تابع توزیع تجمعی

تابع چگالی احتمال

استقلال

امید

وریانس

کوواریانس و همبستگی

ضریب همبستگی ρ_{xy}

گشتاورها

فصل ۳ / ویژگی‌های خطای مشاهدات

خطاهای تصادفی

دقت، صحت، کوفاکتورها و وزن‌ها

اشتباهات

تأثیرات (خطاهای) سیستماتیک

فصل ۴ / قانون و تکنیک‌های انتشار

انتشار توزیع

انتشار میانگین‌ها برای توابع خطی

انتشار وریانس‌ها و کوواریانس‌ها

انتشار واریانس‌ها و کوواریانس‌ها برای توابع خطی

بخش دوم

فصل ۵ / مقدمه‌ای بر سرشکنی کمترین مربعات

نشرنوآور
۶۶۴۸۴۱۹۱ - ۰۲۱

۱-۵- کلیات
۲-۵- قاعده کمترین مربعات
۳-۵- تکنیک کمترین مربعات
۴-۵- توابع خطی و غیرخطی در مدل
فصل ۶ / سرشکنی به روش صرفاً مشاهدات ـ حالت کلی
سرشکنی مشاهدات و پارامترهای تابعی مستقل
۱-۶- مقدمه
۲-۶- مشتق‌گیری
۳-۶- سرشکنی با حداکثر تعداد پارامترهای مستقل (سرشکنی با **n** معادله شرط)
۴-۶- تفسیر هندسی اصل کمترین مربعات
۵-۶- خلاصه معادلات
فصل ۷ / سرشکنی به روش صرفاً شروط (مدل ترکیبی) ـ حالت‌های خاص
سرشکنی پارامترها و مشاهدات تابعی مستقل:
۱-۷- معرفی
۲-۷- سرشکنی صرفاً مشاهدات (مدل ترکیبی)
۳-۷- سرشکنی مشاهدات غیرمستقیم (مدل پارامتریک)
۴-۷- مختصری از معادلات و نکات نهایی
فصل ۸ / مثال‌ها و بحث جامع در خصوص سرشکنی صرفاً شروط (مدل ترکیبی)
۱-۸- کلیات
۲-۸- تبدیلات مختصات
فصل ۹ / سرشکنی کمترین مربعات با شرط‌ها و قیدها (سرشکنی با پارامترهای وابسته تابعی)
۱-۹- مقدمه
۲-۹- حالت کلی برای سرشکنی با شروط و قیود
۳-۹- حالت خاص
۴-۹- قیدها با پارامترهای اضافی
۵-۹- خلاصه معادلات
فصل ۱۰/ سرشکنی با مشاهدات استنتاج شده و سرشکنی مرحله‌ای (صرفاً مشاهدات ـ مدل شرط)
۱-۱۰- مقدمه
۲-۱۰- سرشکنی با مشاهدات استنتاج شده
۳-۱۰- سرشکنی مرحله‌ای
فصل ۱۱ / بررسی‌های عددی و آماری در سرشکنی
۱-۱۱- معادلات غیرخطی

۲-۱۱- مقادیر تقریبی برای متغیرهای مدل
۳-۱۱- برآورد ثانویه واریانس مرجع $(\hat{\sigma}_0^2)$
۴-۱۱- پایان تکرار با معادلات شرط خطی شده
۵-۱۱- تحلیل آماری ثانویه
۶-۱۱- بررسی‌های عددی و محاسباتی
تمارین بخش دوم
بخش سوم
فصل ۱۲ / روش یکپارچه برای سرشکنی کمترین مربعات
۱-۱۲- مقدمه
۲-۱۲- بیان ریاضی
۳-۱۲- روش یکپارچه و توابع غیرخطی
۴-۱۲- روش یکپارچه و قیود پارامتری
۵-۱۲- برآورد دقت
۶-۱۲- واریانس مرجع
۷-۱۲- مرور مثال‌ها
۸-۱۲- مختصری از معادلات و نکات نهایی
فصل ۱۳ / پردازش دنباله‌ای داده‌ها
۱-۱۳- مقدمه
۲-۱۳- استقرای ریاضی
۳-۱۳- پردازش دنباله‌ای و روش یکپارچه
۴-۱۳- کاهش دنباله‌ای، روش یکپارچه و قیود پارامتری
۵-۱۳- برآورد دقت
۶-۱۳- پردازش دنباله‌ای و معادلات غیرخطی
۷-۱۳- خلاصه‌ی معادلات و نتیجه‌گیری نکات
فصل ۱۴ / مقدمه‌ای بر درون‌یابی، فیلترینگ و کالوکیشن کمترین مربعات
۱-۱۴- مقدمه
۲-۱۴- درون‌یابی خطی توابع ایستا
۳-۱۴- فیلترینگ خطی توابع ایستا
۴-۱۴- بسط به حالت چندبعدی
۵-۱۴- سطوح روند، توابع کواریانس و نتایج تجربی
۶-۱۴- مثال‌هایی از کاربردهای فیلترینگ
۷-۱۴- کالوکیشن کمترین مربعات
تمارین بخش سوم

نشرنوآور
تلفن: ۶۶۴۸۴۱۹۱

پیشگفتار مترجمان

مبحث سرشکنی یکی از مهم‌ترین و اساسی‌ترین دروس رشته مهندسی نقشه‌برداری است. بنابراین مهم، ترجمه یکی از معتبرترین کتاب‌های سرشکنی جهان با نام «مشاهدات و کمترین مربعات» تألیف ادوارد میخاییل و آکرمن را آغاز نمودیم. این کتاب معطوف به مبحث خاصی از دروس نقشه‌برداری نیست بلکه شامل مثال‌ها و کاربردها برای همه گرایش‌ها و دروس نقشه‌برداری مانند ژئودزی، فتوگرامتری و عملیات‌های نقشه‌برداری می‌باشد.

کتاب اصلی شامل ۱۴ فصل است که در چهار فصل اول مباحث مقدماتی شامل آمار و احتمال و تئوری خطاها ذکر شده، لذا در این کتاب سعی شد که خلاصه‌ای از ۴ فصل اول آورده شود تا خواننده با روابط مهم این موضوعات آشنا شود. از فصل پنجم تا چهاردهم، تمام کتاب اصلی با رعایت امانت ترجمه گشته است و سعی بر آن شد که مفاهیم و معانی کتاب با دقت آورده شود.

مخاطب اصلی این کتاب دانشجویان مقطع کارشناسی یا کاردانی رشته مهندسی نقشه‌برداری است که نیاز دارند با تئوری درس سرشکنی آشنا شوند. لازم به ذکر است که دانشجویان درس سرشکنی پیشرفته و تئوری تقریب در مقطع کارشناسی ارشد هم می‌توانند از این کتاب مخصوصاً فصل‌های انتهایی (بخش سوم) استفاده کنند.

واضحاً ترجمه چنین کتابی به هیچ وجه ساده نیست و امکان بروز اشتباهات نزدیک است لذا از خوانندگان عزیز خواهش می‌کنیم ما را در چاپ‌های بعدی برای کاهش اشتباهات یاری نمایند.

با تشکر، مترجمین

عماد قلعه‌نویی

سعید رجبی کیاسری

یکتا هاشمی

نشرنوآور
تلفن: ۲-۶۶۴۸۴۱۹۱

بخش اول

نشرنوآور
تلفن: ۲-۶۶۴۸۴۱۹۱

فصل ۱
مفهوم مشاهده و مدل

مشاهدات (اندازه‌گیری‌ها)

هر دو عبارات *مشاهده* و *اندازه‌گیری* بجای هم استفاده خواهند شد چون دارای معنای یکسانی هستند. در سرشکنی، خروجی‌ها و مخصوصاً خروجی‌های عددی عملیات‌ها به عنوان "مشاهدات" مطرح می‌شوند.

مدل ریاضی

مدل ریاضی در اینجا یک سیستم تئوری یا یک مفهوم خلاصه شده است که توسط یک موقعیت فیزیکی یا مجموعه‌ای از رویدادها شرح داده می‌شود.

مدل ریاضی اغلب از دو بخش تشکیل شده است. مدل تابعی و مدل تصادفی.

مدل تابعی در کل، خواص قابل تعیین یک موقعیت فیزیکی یا رویداد موردنظر را شرح می‌دهد.

مدل تصادفی، خواص غیرقابل تعیین یا تصادفی (احتمالی) متغیرهای شرکت‌کننده، در حالت خاص مشاهدات، را شرح می‌دهد.

مثال‌هایی برای مدل تابعی

۱ـ مدل هندسی در نقشه‌برداری: یک مثلث در صفحه، با سه زاویه توصیف می‌شود، سه نقطه حاشیه‌ای، سه ضلع و شاید توجیه آن با یک سیستم مختصات

۲ـ مدل هندسی در فتوگرامتری: بررسی تصاویر هوایی برای برجسته‌بینی نقاط زمینی

۳ـ مدل دینامیک در ژئودزی: میدان ثقل زمین

ارتباط مشاهدات به مدل

مدل تابعی کاملاً یک ساختار فرضی است که برای توصیف رویدادهای فیزیکی توسط یک سیستم واضح و مناسب بمنظور آنالیز بکار گرفته می‌شود. این مدل به واقعیات فیزیکی توسط اندازه‌گیری‌ها یا مشاهدات که خودشان نتیجه عملیات‌های فیزیکی هستند، ارتباط دارد. در حالت ساده‌تر، اندازه‌گیری‌ها مستقیماً به بعضی از اجزای مدل تابعی ارجاع داده می‌شوند. به هر حال، ضرورتی ندارد و گاهی امکان‌پذیر نیست که همه اجزای یک مدل، مشاهده‌پذیر باشند.

مدل تصادفی ـ خواص آماری اندازه‌گیری‌ها

یک اپراتور از روی تجربه می‌داند، اندازه‌گیری‌ها همیشه در معرض بعضی تأثیرات غیرقابل توضیح هستند. آن‌ها ممکن است در معرض تأثیرات فیزیکی باشند که نمی‌توان بطور کامل آن‌ها را کنترل کرد، نتیجه، تغییرپذیری خروجی‌ها است وقتی مشاهدات تکرار می‌شوند. از دیدگاه عملی نسبتاً دشوار است که خواص آماری مشاهدات را تعیین کنیم. یک راه، فراهم کردن مشاهدات تکراری و استخراج خواص موردنیاز است، که معمولاً دشوار است. راه دیگر، که اغلب استفاده می‌شود، در نظر گرفتن خصوصیات آماری براساس مرجع کلی مشاهدات یکسان است که تحت شرایط مشابه گذشته انجام شده‌اند. بنابراین وقتی مشاهدات را آماده کردیم، همه شرایط محیطی و فیزیکی مربوطه می‌بایست در طول مدت اندازه‌گیری ثبت شوند تا قادر باشیم در مورد صحت نتایج قضاوت کنیم. تئوری کلاسیک سرشکنی کمترین مربعات بطور واضع مفهوم مدل تصادفی را مشخص نکرده است در عوض عبارات خطای مشاهداتی یا خواص این خطاها استفاده می‌شدند. برای اپراتورهای فعلی، عبارت «اندازه‌گیری» یا "مشاهده" مبهم نیست و با یک معنای کلی استفاده می‌شوند. در این کتاب، عبارت "مشاهده" به هر کمیتی که به عنوان یک متغیر اتفاقی (تصادفی) بررسی می‌شود و یک برآورد اولیه برایش داریم، اشاره خواهد کرد.

شرنوآور
تلفن: ۲-۶۶۴۸۴۱۹۱

فصل ۲
مروری بر مفاهیم آماری

این فصل بطور مختصر شماری از مفاهیم آماری که برای فهم تئوری مشاهدات که در این کتاب مورد نیاز است را بیان می‌کند.

احتمال

تعریف کلاسیک مفهوم احتمال به یک رویداد به تکرار وقوع آن وقتی آزمایش تکرار می‌شود اشاره دارد.

متغیر تصادفی

اگر یک رویداد آماری چندین خروجی ممکن داشته باشد، به آن رویداد یک متغیر تصادفی یا آماری، $\tilde{x}$ مربوط می‌سازند.

تابع توزیع تجمعی

تابع توزیع تجمعی $F(x)$ برای متغیر تصادفی $\tilde{\mathbf{x}}$ توسط رابطه زیر تعریف می‌شود.

$$\mathbf{P}(\tilde{\mathbf{x}} \le \mathbf{x}) = \mathbf{F}(\mathbf{x})$$

که می‌گوید: احتمال آنکه متغیر تصادفی $\tilde{\mathbf{x}}$ از مقدار $\mathbf{x}$ کوچکتر یا مساوی باشد برابر است با $\mathbf{F}(\mathbf{x})$

$$\lim_{x\to-\infty} \mathbf{F}(\mathbf{x}) = ۰ \qquad \lim_{x\to+\infty} \mathbf{F}(\mathbf{x}) = +۱$$

تابع چگالی احتمال

تابع چگالی احتمال $\mathbf{f}(\mathbf{x})$، مشابه با مفهوم چگالی در فیزیک فرمول‌بندی شده است.

$$\mathbf{F}(\mathbf{x}) = \int_{-\infty}^{\mathbf{x}} \mathbf{f}(\mathbf{r})\mathbf{d}\mathbf{r} \qquad , \qquad \mathbf{f}(\mathbf{x}) = \frac{\partial \mathbf{F}(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}}$$

تلفن: ۲-۶۶۴۸۴۱۹۱

$$\mathbf{P}(\mathbf{x}_1 < \tilde{\mathbf{x}} < \mathbf{x}_2) = \mathbf{F}(\mathbf{x}_2) - \mathbf{F}(\mathbf{x}_1) = \int_{x_1}^{x_2} \mathbf{f}(\mathbf{r})\,\mathbf{d}\,\mathbf{r}$$

استقلال

دو متغیر تصادفی $\tilde{\mathbf{x}}$ و $\tilde{\mathbf{y}}$ را مستقل گویند اگر

$$\mathbf{F}(\mathbf{x},\mathbf{y}) = \mathbf{F}(\mathbf{x}).\mathbf{F}(\mathbf{y})$$
$$\mathbf{f}(\mathbf{x},\mathbf{y}) = \mathbf{f}(\mathbf{x}).\mathbf{f}(\mathbf{y})$$

این رابطه را می‌توان برای توابع چگالی **n** بعدی نیز بسط داد.

$$\mathbf{f}(\mathbf{x}_1,\mathbf{x}_2,\ldots,\mathbf{x}_n) = \mathbf{f}(\mathbf{x}_1).\mathbf{f}(\mathbf{x}_2).\ldots\mathbf{f}(\mathbf{x}_n)$$

امید

امید یک متغیر تصادفی $\tilde{\mathbf{x}}$، $E(\tilde{x})$، اگر موجود باشد، به عنوان مقدار میانگین μ_x همـه مقـادیر ممکن تعریف می‌شود.

$$E(\tilde{x}) = \mu_x = \sum_{i=1}^{n} x_i\,.f(x_i)$$

برای تابع چگالی پیوسته $f(x)$ خواهیم داشت

$$E(\tilde{x}) = \mu_x = \int_{-\infty}^{+\infty} x f(x)\,dx$$
$$E(g(\tilde{x})) = \int_{-\infty}^{+\infty} g(x)\,f(x)\,dx$$
$$E(E(\tilde{x})) = E(\tilde{x})$$
$$E(\tilde{x}+\tilde{y}) = E(\tilde{x}) + E(\tilde{y})$$
$$E(c) = c$$

وریانس

بیاییم $g(\tilde{x})$ را بصورت زیر تعریف کنیم.

$$g(\tilde{x}) = (\tilde{x} - E(\tilde{x}))^2 = (\tilde{x} - \mu_x)^2$$

امید این تابع $g(\tilde{x})$ را، وریانس متغیر تصادفی $\tilde{x}$ گویند.

$$\mathrm{var}(\tilde{x}) = \sigma_x^2 = E(g(\tilde{x})) = E\left[(\tilde{x} - E(\tilde{x}))^2\right] = \int_{-\infty}^{+\infty} (x - \mu_x)^2.f(x)\,dx$$

در اینجا $f(x)$ تابع چگالی $\tilde{x}$ و فرض شده که پیوسته است. ریشـه دوم σ_x^2 را بـا σ_x نشـان می‌دهیم و معمولاً انحراف معیار استاندارد نامیده می‌شود.

کوواریانس و همبستگی

تابعی را تعریف کنید بصورت

$$h(\tilde{x},\tilde{y})=\left[(\tilde{x}-E(\tilde{x}))(\tilde{y}-E(\tilde{y}))\right]=\left[(\tilde{x}-\mu_x)(\tilde{y}-\mu_y)\right]$$

کوواریانس $\tilde{x}$ و $\tilde{y}$ بصورت امید ریاضی تابع $h(\tilde{x},\tilde{y})$ تعریف می‌شود.

$$cov(\tilde{x},\tilde{y})=\sigma_{xy}=E(h(\tilde{x},\tilde{y}))=E\left[(\tilde{x}-\mu_x)(\tilde{y}-\mu_y)\right]$$

$$\sigma_{xy}=\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}(x-\mu_x)(y-\mu_y)f(x,y)dxdy$$

ضریب همبستگی ρ_{xy}

$$\rho_{xy}=\frac{\sigma_{xy}}{\sigma_x\sigma_y}=E\left\{\frac{(\tilde{x}-E(\tilde{x}))}{\sigma_x}.\frac{(\tilde{y}-E(\tilde{y}))}{\sigma_y}\right\}$$

گشتاورها

مفاهیم میانگین، وریانس و کوواریانس حالت‌های خاصی از مفاهیم کلی‌تر هستند که گشتاورهای آماری خوانده می‌شوند.

$$\bar{m}_k=E\left((\tilde{x}-c)^k\right)$$

در اینجا **c** ثابت است و $\bar{m}_k$ گشتاور آماری **k** اُمین مرتبه از متغیر تصادفی $\tilde{x}$ خوانده می‌شود.

می‌توان گفت که وریانس σ_x^2 از متغیر تصادفی $\tilde{x}$، گشتاور مرکزی مرتبه دوم آن است یا

$$\sigma_x^2=m_2$$

در حالت کلی یک بردار تصادفی **n** بعدی $\tilde{X}$، گشتاور مرکزی مرتبه دوم با تمام ترکیب‌های عناصر بردار می‌تواند نوشته شود.

$$M_{xx}=\begin{bmatrix} m_{x_1x_1} & m_{x_1x_2} & \dots & m_{x_1x_n} \\ m_{x_2x_1} & m_{x_2x_2} & \dots & m_{x_2x_n} \\ \vdots & & & \\ m_{x_nx_1} & m_{x_nx_2} & \dots & m_{x_nx_n} \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} \sigma_{x_1}^2 & \sigma_{x_1x_2} & \dots & \sigma_{x_1x_n} \\ \sigma_{x_2x_1} & \sigma_{x_2}^2 & \dots & \sigma_{x_2x_n} \\ \vdots & & & \\ \sigma_{x_nx_1} & \sigma_{x_nx_2} & \dots & \sigma_{x_n}^2 \end{bmatrix}$$

که یک ماتریس مربعی و متقارن است.

نشرنوآور
تلفن: ۲-۶۶۴۸۴۱۹۱