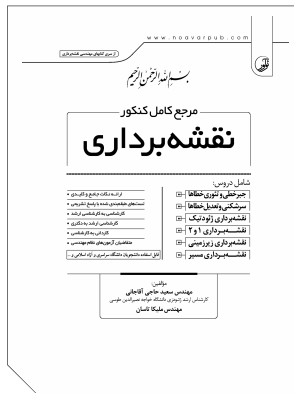




مرجع کامل کنکور نقشه برداری

به همراه شرح کامل مطالب درسی



تألیف:

مهندس سعید حاجی آقاجانی

کارشناس ارشد ژئودزی دانشگاه خواجه نصیرالدین طوسی

مهندس ملیکا تاسان



سرشناسه:	حاجی آقاجانی، سعید، ۱۳۶۹ -
عنوان و نام پدیدآور:	مرجع کامل کنکور نقشه برداری شامل دروس: جبر خطی و تئوری خطاها، ... / مولفین سعید حاجی آقاجانی، ملیکا تاسان.
مشخصات نشر:	تهران: نوآور.
مشخصات ظاهری:	۲۵۰ص: مصور.
فروست:	... سری کتابهای مهندسی نقشه برداری.
شابک:	۹۷۸-۶۰۰-۱۶۸-۱۳۱-۸
وضعیت فهرست نویسی:	فایا
یادداشت:	عنوان دیگر: مرجع کامل کنکور نقشه برداری.
عنوان دیگر:	مرجع کامل کنکور نقشه برداری.
موضوع:	دانشگاه ها و مدارس عالی -- ایران -- آزمون ها
موضوع:	نقشه برداری -- آزمون ها و تمرین ها (عالی)
موضوع:	نقشه برداری -- راهنمای آموزشی (عالی)
موضوع:	آزمون دوره های تحصیلات تکمیلی -- ایران
شناسه افزوده:	تاسان، ملیکا، ۱۳۶۸ -
رده بندی کنگره:	LB۲۳۵۳/ج۱۵۲۳ ۴م ۱۳۹۲
رده بندی دیویی:	۳۷۸/۱۶۶۴
شماره کتابشناسی ملی:	۳۲۹۰۷۵۶

مرجع کامل کنکور نقشه برداری

مؤلف: مهندس سعید حاجی آقاجانی، ملیکا تاسان

ناشر: نوآور

شمارگان: ۵۰۰ نسخه

شابک: ۹۷۸-۶۰۰-۱۶۸-۱۳۱-۸



نشر نوآور

مرکز پخش:

نوآور، تهران، خیابان انقلاب، خیابان فخر رازی، خیابان شهدای ژاندارمری
 نرسیده به خیابان دانشگاه ساختمان ایرانیان، پلاک ۵۸
 طبقه اول، واحد ۳ تلفن: ۹۲-۶۶۴۸۴۱۹۱، www.noavarpub.com

کلیه حقوق چاپ و نشر این کتاب مطابق با قانون حقوق مؤلفان و مصنفان مصوب سال ۱۳۴۸ برای ناشر محفوظ و منحصراً متعلق به نشر نوآور می باشد. لذا هر گونه استفاده از کل یا قسمتی از این کتاب (از قبیل هر نوع چاپ، فتوکپی، اسکن، عکس برداری، نشر الکترونیکی، هر نوع انتشار به صورت اینترنتی، سی دی، دی وی دی، فیلم فایل صوتی یا تصویری و غیره) بدون اجازه کتبی از نشر نوآور ممنوع بوده و شرعاً حرام است و متخلفین تحت پیگرد قانونی قرار می گیرند.

فهرست مطالب

مقدمه.....	۵
فصل اول: تئوری خطاها - سرشکنی - نقشه برداری ژئودتیک و میکروژئودزی.....	۷
درس نامه.....	۷
سؤالات سرشکنی و نقشه برداری ژئودتیک در کنکورهای سراسری و آزاد از سال ۸۷ تا ۹۶.....	۶۷
پاسخنامه سؤالات سرشکنی و نقشه برداری ژئودتیک در کنکورهای سراسری و آزاد از سال ۸۷ تا ۹۶.....	۸۲
فصل دوم: نقشه برداری ۱ - نقشه برداری ۲ - نقشه برداری زیرزمینی.....	۹۸
درس نامه.....	۹۸
سؤالات نقشه برداری ۱ و ۲ و نقشه برداری زیرزمینی کنکورهای سراسری و آزاد از سال ۸۷ تا ۹۶.....	۱۴۵
پاسخنامه نقشه برداری ۱ و ۲ و نقشه برداری زیرزمینی در کنکورهای سراسری و آزاد از سال ۸۷ تا ۹۶.....	۱۷۳
فصل سوم: نقشه برداری مسیر.....	۲۰۱
درس نامه.....	۲۰۱
سؤالات نقشه برداری مسیر در کنکورهای سراسری و آزاد از سال ۸۷ تا ۹۶.....	۲۱۹
پاسخنامه نقشه برداری مسیر در کنکورهای سراسری و آزاد از سال ۸۷ تا ۹۶.....	۲۳۴
منابع.....	۲۵۰

نشر نوآور ضمن ارج نهادن و قدردانی از اعتماد شما به کتاب‌های این انتشارات، به استحضارتان می‌رساند که همکاران این انتشارات، اعم از مؤلفان و مترجمان و کارگروه‌های مختلف آماده‌سازی و نشر کتاب، تمامی سعی و همت خود را برای ارائه کتابی درخور و شایسته شما فرهیخته گرامی به‌کار بسته‌اند و تلاش کرده‌اند که اثری را ارائه نمایند که از حداقل‌های استاندارد یک کتاب خوب، هم از نظر محتوایی و غنای علمی و فرهنگی و هم از نظر کیفیت شکلی و ساختاری آن، برخوردار باشد.

با این وجود، علی‌رغم تمامی تلاش‌های این انتشارات برای ارائه اثری با کمترین اشکال، باز هم احتمال بروز ایراد و اشکال در کار وجود دارد و هیچ اثری را نمی‌توان الزاماً مبرا از نقص و اشکال دانست. از سوی دیگر، این انتشارات بنابه تعهدات حرفه‌ای و اخلاقی خود و نیز بنابه اعتقاد راسخ به حقوق مسلم خوانندگان گرامی، سعی دارد از هر طریق ممکن، به‌ویژه از طریق فراخوان به خوانندگان گرامی، از هرگونه اشکال احتمالی کتاب‌های منتشره خود آگاه شده و آن‌ها را در چاپ‌ها و ویرایش‌های بعدی رفع نماید.

لذا در این راستا، از شما فرهیخته گرامی تقاضا داریم در صورتی که حین مطالعه کتاب با اشکالات، نواقص و یا ایرادهای شکلی یا محتوایی در آن برخورد نمودید، اگر اصلاحات را بر روی خود کتاب انجام داده‌اید پس از اتمام مطالعه، کتاب ویرایش شده خود را با هزینه انتشارات نوآور، پس از هماهنگی با انتشارات، ارسال نمایید، و نیز چنانچه اصلاحات خود را بر روی برگه جداگانه‌ای یادداشت نموده‌اید، لطف کرده عکس یا اسکن برگه مزبور را با ذکر نام و شماره تلفن تماس خود به ایمیل انتشارات نوآور ارسال نمایید، تا این موارد بررسی شده و در چاپ‌ها و ویرایش‌های بعدی کتاب اعمال و اصلاح گردد و باعث هرچه پربارتر شدن محتوای کتاب و ارتقاء سطح کیفی، شکلی و ساختاری آن گردد.

نشر نوآور، ضمن ابراز امتنان از این عمل متعهدانه و مسئولانه شما خواننده فرهیخته و گرانقدر، به‌منظور تقدیر و تشکر از این همدلی و همکاری علمی و فرهنگی، در صورتی که اصلاحات درست و بجا باشند، متناسب با میزان اصلاحات، به رسم ادب و قدرشناسی، نسخه دیگری از همان کتاب و یا چاپ اصلاح شده آن و نیز از سایر کتب منتشره خود را به‌عنوان هدیه، به انتخاب خودتان، برایتان ارسال می‌نماید، و در صورتی که اصلاحات تأثیرگذار باشند در مقدمه چاپ بعدی کتاب نیز از زحمات شما تقدیر می‌شود.

همچنین نشر نوآور و پدیدآورندگان کتاب، از هرگونه پیشنهادها، نظرات، انتقادات و راه‌کارهای شما عزیزان در راستای بهبود کتاب، و هرچه بهتر شدن سطح کیفی و علمی آن صمیمانه و مشتاقانه استقبال می‌نمایند.



نشر نوآور

تلفن: ۰۲۱-۶۶۴۸۴۱۹۱

www.noavarpub.com

info@noavarpub.com

با توجه به کمبود و همچنین نیاز شدید به منابع فارسی در رشته‌ی مهندسی نقشه‌برداری در ایران، بر آن شدم تا مجموعه‌ای درخور را به عنوان منبعی برای توضیح مفاهیم پایه و نکات دروس شاخه‌ی نقشه‌برداری در اختیار دانشجویان کارشناسی و هم‌چنین متقاضیان کنکور کارشناسی ارشد قرار دهم.

مباحث ذکر شده در این مجموعه برگرفته از کتب و جزوات اساتید برجسته و طراحان کنکور کارشناسی ارشد می‌باشد و شامل دروس شاخه نقشه‌برداری (تئوری خطاها و جبرخطی، سرشکنی، نقشه‌برداری ژئودتیک، نقشه‌برداری ۱ و ۲، نقشه‌برداری زیرزمینی و نقشه‌برداری مسیر) به همراه تست‌های طبقه‌بندی شده آن‌ها در کنکورهای سراسری و آزاد است. فصل اول شامل دروس تئوری خطاها و جبرخطی، سرشکنی، نقشه‌برداری ژئودتیک، فصل دوم شامل دروس نقشه‌برداری ۱ و ۲، نقشه‌برداری زیرزمینی و فصل سوم شامل نقشه‌برداری مسیر است.

با تشکری ویژه از اساتید گرانقدرمان **دکتر بهزاد وثوقی و دکتر مسعود مشهدی حسینی** و همچنین **مهندس ایرج جزیریان** که راهنمایی‌های این عزیزان همواره راهگشای ما بوده است.

در پایان از زحمات و کمک‌های بی‌دریغ **خانواده‌های عزیزمان** که ما را در تمام مراحل زندگی به ویژه در تألیف این کتاب همراهی نمودند تشکر و قدردانی می‌نمایم.

هم‌چنین بایستی از کمک‌های شایان توجه جناب آقای مهندس نصیرنیا در انتشارات نوآور در طول مراحل تألیف این مجموعه سپاسگزاری نمایم. پر واضح است این کتاب نیز مانند سایر کتب علمی ممکن است نواقص یا کمبودهایی به همراه داشته باشد که امیدوارم با همکاری شما دانشجویان گرامی و کمک اساتید بزرگوار نواقص احتمالی در ویرایش‌های بعدی برطرف گردد.

سعید حاجی آقاجانی

ملیکا تاسان

کلیه حقوق چاپ و نشر این کتاب مطابق با قانون حقوق مؤلفان و مصنفان و هنرمندان مصوب سال ۱۳۴۸ و آیین‌نامه اجرایی آن مصوب ۱۳۵۰، برای ناشر محفوظ و منحصرأ متعلق به نشر نوآور است. لذا هر گونه استفاده از کل یا قسمتی از مطالب، اشکال، نمودارها، جداول، تصاویر این کتاب در دیگر کتب، مجلات، نشریات، سایت‌ها و موارد دیگر، و نیز هر گونه استفاده از کل یا قسمتی از کتاب به هر شکل از قبیل هر نوع چاپ، فتوکپی، اسکن، تایپ از کتاب، تهیه پی‌دی‌اف از کتاب، عکس‌برداری، نشر الکترونیکی، هر نوع انتشار به صورت اینترنتی، سی‌دی، دی‌وی‌دی، فیلم، فایل صوتی یا تصویری و غیره بدون اجازه کتبی از نشر نوآور ممنوع و غیرقانونی بوده و شرعاً نیز حرام است، و متخلفین تحت پیگرد قانونی و قضایی قرار می‌گیرند.

با توجه به اینکه هیچ کتابی از کتب نشر نوآور به صورت فایل ورد یا پی‌دی‌اف و موارد این‌چنین، توسط این انتشارات در هیچ سایت اینترنتی ارائه نشده است، لذا در صورتی که هر سایتی اقدام به تایپ، اسکن و یا موارد مشابه نماید و کل یا قسمتی از متن کتب نشر نوآور را در سایت خود قرار داده و یا اقدام به فروش آن نماید، توسط کارشناسان امور اینترنتی این انتشارات، که مسئولیت اداره سایت را به عهده دارند و به طور روزانه به بررسی محتوای سایت‌ها می‌پردازند، بررسی و در صورت مشخص شدن هرگونه تخلف، ضمن اینکه این کار از نظر قانونی غیرمجاز و از نظر شرعی نیز حرام می‌باشد، وکیل قانونی انتشارات از طریق وزارت فرهنگ و ارشاد اسلامی، پلیس فتا (پلیس رسیدگی به جرایم رایانه‌ای و اینترنتی) و نیز سایر مراجع قانونی، اقدام به مسدود نمودن سایت متخلف کرده و طی انجام مراحل قانونی و اقدامات قضایی، خاطیان را مورد پیگرد قانونی و قضایی قرار داده و کلیه خسارات وارده به این انتشارات از متخلف اخذ می‌گردد.

همچنین در صورتی که هر کتابفروشی، اقدام به تهیه کپی، جزوه، چاپ دیجیتال، چاپ ریسو، آفست از کتب انتشارات نوآور نموده و اقدام به فروش آن نماید، ضمن اطلاع‌رسانی تخلفات کتابفروشی مزبور به سایر همکاران و مؤذعین محترم، از طریق وزارت فرهنگ و ارشاد اسلامی، اتحادیه ناشران، و انجمن ناشران دانشگاهی و نیز مراجع قانونی و قضایی اقدام به استیفای حقوق خود از کتابفروشی متخلف می‌نماید.

خرید، فروش، تهیه، استفاده و مطالعه از روی نسخه غیراصل کتاب،

از نظر قانونی غیرمجاز و شرعاً نیز حرام است.

انتشارات نوآور از خوانندگان گرامی خود درخواست دارد که در صورت مشاهده هر گونه تخلف از قبیل موارد فوق، مراتب را یا از طریق تلفن‌های انتشارات نوآور به شماره‌های ۰۲۱-۶۶۴۸۴۱۹۱ و ۰۹۱۲۳۰۷۶۷۴۸ و یا از طریق ایمیل انتشارات به آدرس info@noavarpub.com و یا از طریق منوی تماس با ما در سایت www.noavarpub.com به این انتشارات ابلاغ نمایند، تا از تضییع حقوق ناشر، پدیدآورنده و نیز خود خوانندگان محترم جلوگیری به عمل آید، و نیز به‌عنوان تشکر و قدردانی، از کتب انتشارات نوآور نیز هدیه دریافت نمایند.

فصل اول

تئوری خطاها – سرشکنی – نقشه برداری ژئودتیک و میکروژئودزی

تئوری خطاها و جبر خطی

در جبر خطی دستگاه معادلات همزمان برحسب تعداد معادلات و مجهولات به سه دسته کلی زیر تقسیم بندی می شوند:

n: تعداد معادلات

m: تعداد مجهولات

۱. $n = m$ این دستگاه را اصطلاحاً معین گویند ممکن است یک جواب یا بی شمار جواب و یا هیچ جوابی نداشته باشد.

۲. $n > m$ این دستگاه را اصطلاحاً فرامعین گویند.

در صورت ناسازگاری معادلات این دستگاهها دارای جواب نخواهند بود، در غیراینصورت این دستگاهها ممکن است یک و یا بی شمار جواب داشته باشند.

۳. $n < m$ این دستگاه را اصطلاحاً فرومعین گویند.

این دستگاهها دارای بی شمار جواب اند.

جبر ماتریسها

ماتریس $A \rightarrow$

بردار $\underline{a} \rightarrow$

اسکالر $a \rightarrow$

$$*\forall A, B \in \mathbb{R}^{m \times n} : C = A \pm B = \left[A_{ij} \pm B_{ij} \right]$$

$$\forall A \in \mathbb{R}^{m \times n}, \forall t \in \mathbb{R} : D = tA = \left[tA_{ij} \right]$$

*اگر O را ماتریس صفر در نظر بگیریم:

$$\forall A \in \mathbb{R}^{m \times n}, O = \text{zeros}(m, n) : A + O = O + A = A$$

*اگر داشته باشیم:

$$A_{r \times r} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{13} \\ A_{21} & A_{22} & A_{23} \\ A_{31} & A_{32} & A_{33} \end{bmatrix}$$

$$B_{r \times r} = \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} \\ B_{21} & B_{22} \\ B_{31} & B_{32} \end{bmatrix}$$

بدلیل آنکه تعداد ستون‌های ماتریس A برابر تعداد سطرهای ماتریس B است می‌توانیم ضرب این دو ماتریس را به شکل زیر داشته باشیم:

$$C = A \times B = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{13} \\ A_{21} & A_{22} & A_{23} \\ A_{31} & A_{32} & A_{33} \end{bmatrix}_{r \times r} \times \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} \\ B_{21} & B_{22} \\ B_{31} & B_{32} \end{bmatrix}_{r \times r}$$

$$\begin{bmatrix} A_{11}B_{11} + A_{12}B_{21} + A_{13}B_{31} & A_{11}B_{12} + A_{12}B_{22} + A_{13}B_{32} \\ A_{21}B_{11} + A_{22}B_{21} + A_{23}B_{31} & A_{21}B_{12} + A_{22}B_{22} + A_{23}B_{32} \\ A_{31}B_{11} + A_{32}B_{21} + A_{33}B_{31} & A_{31}B_{12} + A_{32}B_{22} + A_{33}B_{32} \end{bmatrix}_{r \times r}$$

* I را ماتریسی یکه در نظر می‌گیریم (عناصر غیر قطری صفر و عناصر قطری واحد)

$$\forall A \in \mathbb{R}^{m \times n} : A \begin{matrix} m \times n \\ \times \\ m \times n \end{matrix} I \begin{matrix} n \times n \\ \\ m \times n \end{matrix} = A$$

*اگر داشته باشیم $AB = BA = I$ آنگاه $B = A^{-1}$ و B را معکوس ماتریس A گویند.

*دترمینان ماتریس A را با $\det(A)$ یا $|A|$ نشان می‌دهیم. دترمینان فقط در مورد ماتریس‌های مربعی کاربرد دارد.

$$A_{n \times n} : \text{if } n = 1 \rightarrow \det(A) = a \quad \text{تنها درایه موجود: } a$$

$$A_{n \times n} ; \text{if } n = 2 \rightarrow \det(A) = a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21}$$

$$A_{n \times n} : \text{if } n \geq 2 \rightarrow \det(A) = \sum_{j=1}^n (-1)^{i+j} a_{ij} |M_{ij}|$$

Mij کهاد z و i ام ماتریس A نامیده می‌شود و ماتریس مربعی از مرتبه (n-1) است که از حذف سطر i ام و ستون z ام ماتریس بدست می‌آید.



به $(-1)^{i+j} a_{ij} |M_{ij}|$ همسازه i و j ام ماتریس A گفته می شود.

* حال اگر دترمینان یک ماتریس مربعی مخالف صفر باشد می توانیم معکوس آنرا با فرمول زیر محاسبه کنیم:

$$A^{-1} = \frac{A^*}{|A|} \quad A^* = \text{ماتریس الحاقی} = N^T \quad N = (-1)^{i+j} |M_{ij}|$$

$N^T \leftarrow$ ترانپاده ماتریس N که از تعویض جای سطرها و ستون های این ماتریس بدست می آید.

* خواص دترمینان به شرح زیر است:

اگر در یک ماتریس سطر و یا ستونی صفر باشد، دترمینان صفر است.
اگر در یک ماتریس دو سطر ضریبی از هم و یا دو ستون ضریبی از هم باشند دترمینان صفر است.
با جابه جا کردن دو سطر با هم و یا دو ستون با هم دترمینان قرینه می شود.
ضرب کردن یک عدد در یک سطر و یا یک ستون، مقدار دترمینان را در آن عدد ضرب می کند.

* برخی ویژگی های ماتریس الحاقی به شرح زیر است:

if $A_{n \times n}, B_{n \times n}, \lambda \in \mathbb{R}$

$$\begin{aligned} (\lambda A)^* &= \lambda^{n-1} A^* & (AB)^* &= B^* A^* \\ (A^n)^* &= (A^*)^n & (A^*)^{-1} &= (A^{-1})^* = \frac{A}{|A|} \\ (A^T)^* &= (A^*)^T & \det(A^*) &= (\det A)^{n-1} \end{aligned}$$

$$(A^*)^* = |A|^{n-2} A$$

$$A^k = \overbrace{A \times A \times \dots \times A}^{\text{مرتبۀ } k} \rightarrow A^0 = I$$

if $A_{n \times n}, B_{n \times n}, \lambda \neq 0$

* برخی ویژگی های ماتریس وارون به شرح زیر است:

$$\begin{aligned} AA^* &= |A| I & (\lambda A)^{-1} &= \frac{1}{\lambda} A^{-1} \\ (AB)^{-1} &= B^{-1} A^{-1} & (A^n)^{-1} &= (A^{-1})^n \\ (A^T)^{-1} &= (A^{-1})^T & \det(A^{-1}) &= \frac{1}{\det(A)} \end{aligned}$$

$$\begin{cases} B = (A^T A)^{-1} A^T & B \text{ وارون چپ } A \text{ است} \\ B = A^T (A A^T)^{-1} & B \text{ وارون راست } A \text{ است} \end{cases}$$

* برخی ویژگی‌های ترانهاده ماتریس به شرح زیر است:

$$(SA)^T = SA^T \quad (A+B)^T = A^T + B^T$$

$$(AB)^T = B^T A^T$$

اگر $A = A^T \rightarrow A$ ماتریسی متقارن است

اگر $A = -A^T \rightarrow A$ ماتریسی پادمتقارن است

$$\text{if } A_{n \times n} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{13} \\ A_{21} & A_{22} & A_{23} \\ A_{31} & A_{32} & A_{33} \end{bmatrix} \rightarrow \text{trace}(A) = A_{11} + A_{22} + A_{33} \quad *$$

↓
جمع عناصر روی قطر اصلی

معیار سنجش دو ماتریس نسبت به هم پارامتر trace است.

$$\text{if } \text{trace}(A) > \text{trace}(B) \rightarrow A > B$$

* برخی ویژگی‌های روابط بین ماتریس‌ها به شرح زیر است:

A, B, C ماتریس‌هایی با ابعاد مناسب‌اند و $t, s \in \mathbb{R}$

$$A+B = B+A \quad (A+B)+C = A+(B+C)$$

$$(AB)C = A(BC) \quad A(B+C) = AB+AC$$

$$S(tA) = t(SA) \quad S(AB) = (SA)B$$

$$(S+t)A = SA+tA \quad S(A+B) = SA+SB$$

* روابط زیر برای برخی ماتریس‌ها برقرار نیست:

$$AB = BA$$

$$AB = \circ \rightarrow A = \circ \text{ یا } B = \circ$$

$$AB = \circ, A = \circ \rightarrow B = \circ$$

* ماتریس A را ماتریسی بالا مثلثی گویند اگر:

$$\forall i > j \quad A_{ij} = \circ$$

* ماتریس A را ماتریسی پایین مثلثی گویند اگر:

$$\forall i < j \quad A_{ij} = \circ$$

* وابستگی و استقلال خطی بردارها

بردارهای v_1, v_2, \dots, v_n را مستقل خطی گویند اگر دستگاه معادلات همزمان



بردارهای v_i را نتوان بصورت ترکیب خطی از بردارهای دیگر نوشت.
 $c_1v_1 + c_2v_2 + \dots + c_nv_n = 0$ تنها شامل جواب بدیهی $c = 0$ باشد. به عبارت دیگر هیچ یک از

* فضای خطی یا فضای برداری

مجموعه ماتریس‌های $m \times n$ که با عناصر حقیقی $R^{m \times n}$ نمایش داده شوند از سه ویژگی زیر برخوردارند:

$$\forall A, B \in R^{m \times n} : A + B = C \in R^{m \times n}$$

$$\forall s \in R, \forall A \in R^{m \times n} : sA = D \in R^{m \times n}$$

$$\exists O : \forall A \in R^{m \times n} : A + O = O + A = A$$

مجموعه‌هایی با این سه ویژگی را یک فضای برداری یا فضای خطی می‌نامند.

* زیر مجموعه W از یک فضای برداری را یک زیر فضا گویند اگر و تنها اگر سه ویژگی زیر برای این مجموعه برقرار باشد:

$$\forall x, y \in W : x + y \in W$$

$$\forall s \in R, \forall x \in W : sx \in W$$

$$\exists O : \forall x \in W : x + O = O + x = x$$

* فضای پوچ یک ماتریس

فضای پوچ ماتریس $A \in R^{m \times n}$ مجموعه تمامی بردارهای نظیر x است که در رابطه‌ی $Ax = 0$ صدق می‌کنند.

$$N(A) = \{x \mid Ax = 0\}$$

فضای پوچ یک ماتریس زیر فضایی برداری از فضای خطی $R^{m \times n}$ است.

* فضای ستونی یا فضای برد یک ماتریس

فضای برداری ماتریس $A \in R^{m \times n}$ مجموعه تمامی بردارهایی نظیر b است که دستگاه $Ax = b$ به ازای آن‌ها حداقل دارای یک جواب است، که به صورت ترکیب خطی از ستون‌های ماتریس A قابل نمایشند.

در نقشه برداری بردار مقایر ثابت b متشکل از مشاهدات انجام شده است.

$$R(A) = \{b \mid \exists x : Ax = b\}$$